

Два формализма классической механики

С. Н. Колесников*

** Механико-математический факультет,
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
Ленинские Горы 1, Москва, Россия, 119991*

Аннотация. Одним из важнейших результатов научной революции 16-17 веков было создание классической механики. С тех пор ее привычно называют «Классическая механика Ньютона». Однако верно ли это? Оказывается – нет! То, что мы сейчас обычно понимаем под классической механикой – это механика – Эйлера! И эти два формализма – Ньютона и Эйлера, принципиально отличны.

Ключевые слова: классическая механика, формализм, Эйлер, Ньютон, аналитическая механика, мгновенная скорость.

Одним из важнейших результатов научной революции XVI–XVII вв. было создание классической механики. С тех пор ее привычно называют «классическая механика Ньютона». Однако верно ли это? Оказывается – нет! То, что мы сейчас обычно понимаем под классической механикой – это механика – Эйлера! И эти два формализма – Ньютона и Эйлера – принципиально отличны. Очень легко и выпукло это проверяется при попытках осмыслить современную и довольно распространенную критику классической механики со стороны квантовой или статистической физики. Эта критика, полностью относясь к формализму Эйлера, во многих случаях неприменима к механике Ньютона.

Рассмотрим сначала понимание Ньютоном основных понятий механики. Ниже приведен блок цитат из «Математических начал натуральной философии» [1], включая цитату из примечаний академика А.Н. Крылова к книге.

«Ускорительная величина центростремительной силы есть мера, пропорциональная той скорости, которую она производит в течение данного времени.

Так, действие того же магнита более сильно на близком расстоянии, слабее – на дальнем, или сила тяжести больше в долинах, слабее на вершинах высоких гор и еще меньше (как впоследствии будет показано) на еще больших расстояниях от земного шара; в равных же расстояниях она везде одна и та же, ибо, при отсутствии сопротивления воздуха, все падающие тела (большие или малые, тяжелые или легкие) ускоряются ею одинаково [1, стр. 28]»

«Если две величины, разность которых задана, будут обе увеличиваться до бесконечности, то между ними существует предельное отношение, которое равно единице, однако нет предельных значений для

самих величин, то есть таких наибольших их значений, отношение которых как раз было бы равно единице. Поэтому, если в последующем для простоты речи я буду говорить о величинах весьма малых, или исчезающих, или зарождающихся, то не следует под этими словами разуметь количества определенной величины, но надо их рассматривать как уменьшающиеся бесконечно». [1, стр. 70]

«Во введении к трактату «О квадратуре кривых», изданному в 1704 г., Ньютон излагает сущность метода флюксий. «Я рассматриваю здесь математические количества не как состоящие из очень малых постоянных частей, а как производимые непрерывным движением. Линии описываются, и по мере описания образуются не приложением частей, а непрерывным движением точек, поверхности – движением линий, объемы – движением поверхностей, углы – вращением сторон, времена – непрерывным течением и т.п...Такое происхождение имеет место и на самом деле и в самой природе вещей, и наблюдается ежедневно при движении тел. Подобным образом древние объясняли происхождение прямоугольников, ведя подвижные прямые линии по неподвижным.

Замечая, что нарастающие количества, образующиеся по мере нарастания в равные времена, сообразно большей или меньшей скорости их нарастания, оказываются большими или меньшими, я изыскивал способы определения самих количеств по той скорости движения или нарастания, с которою они образуются...» [1, стр. 70, примечание А.Н. Крылова]

Таким образом, Ньютон считает, что:

1) Силы действуют не мгновенно, силы действуют непрерывно и скорость меняется по мере действия силы. По сути – скорость, полученная в результате действия некоторой силы у Ньютона представляет собой некоторую статистически распределенную величину, однако прямо это у Ньютона это не указано, возможно, ввиду отсутствия в то время адекватного математического аппарата.

2) Движение под действием непрерывной силы происходит по непрерывным кривым. Развивая идею «дискретного» наблюдателя применительно к аппроксимации непрерывной кривой многоугольниками у Ньютона, можно получить несколько упрощенную, но вполне конструктивную идею квантово-волнового дуализма.

3) Для определения скорости (или силы) нужно не менее двух точек, скорости в точке по природе нет, мгновенная скорость – это математическая абстракция. Таким образом можно считать, что принцип неопределенности Гейзенберга имеет место и в механике Ньютона.

А теперь дадим слово Эйлеру:

«23. Скорость, которую имеет движущееся неравномерно тело в какой-либо точке проходимогo пути, должна измеряться тем расстоянием, которое могло бы пройти в Данное время тело, движущееся равномерно с этой же скоростью». [2, стр. 50]

«33. При каком угодно неравномерном движении можно допустить, что самые маленькие элементы пути проходятся равномерным движением». [2, стр. 54]

«34. Значит, можно считать, что всякое изменение скорости при неравномерном движении происходит в начале каждого отдельного элемента, так как мы полагаем, что весь элемент пути проходится равномерным движением». [2, стр. 55]

«149. Приведенное выше доказательство основывается на том, что силы предполагаются действующими лишь в течение бесконечно малого промежутка времени, так что тельце имеет лишь столь бесконечно малое движение, что его можно принять равным нулю. Хотя и может случиться, что тот же самый толчок, который при покоящемся тельце указывает на силу, равную p , в случае движущегося тельца укажет на Другую силу, но это исключение к нашей теореме не имеет отношения». [2, стр. 379]

То есть Эйлер, в отличие от Ньютона, полагает:

1) Силы действуют мгновенно. Движение по кривой – это, по логике Эйлера, набор «импульсов», что позволяет Эйлеру и его последователям вполне успешно сводить достаточно общие динамические проблемы к статике.

2) Движение описывается, по сути – многоугольником, а не гладкой кривой. Таким образом практически можно считать, что рассматривается только движение частиц, но не волны.

3) Скорости нарастают и действуют мгновенно, и существует скорость в точке, скорость в течении некоторого промежутка времени после действия силы остается постоянной.

Получается, что в некотором смысле представления Ньютона и Эйлера прямо противоположны, и они представляют два направления в механике, давая два разных описания формализма, ныне называемого классической механикой. Неудивительно, что Эйлер (как и его последователи до настоящего времени) пытался доказать законы Ньютона, что априори невозможно.

Эйлер в определении своего формализма, по-видимому, следовал пониманию дифференциального и интегрального исчисления, данному Лейбницем. Любопытно, что различие походов к основам математического анализа у Ньютона и Лейбница весьма хорошо описано в истории математики, но на далеко идущие последствия этих различий в механике, похоже никто не обратил внимания.

Приведем пример описания этих различий из комментария Д.Д. Мордухай-Болтовского к книге «Исаак Ньютон. Математические работы»: «48. Ньютоновская флюэнта и лейбницевское «*оппе*». [3, стр. 290] У Ньютона нет интеграла как суммы бесконечного числа бесконечно малых элементов. Его флюэнта – это первообразная функция, производная которой равна заданной функции. Не мысля площадь криволинейной трапеции как сумму бесконечно малых элементов, он доказывает, что ее флюксия равна ординате. И здесь Лейбниц гораздо дальше отстоит от Ньютона, чем это может показаться на первый

взгляд. В технике формальных операций оба математика находятся друг к другу гораздо ближе, чем в отношении идей. В противоположность Ньютону у Лейбница вполне определенно выступает уже очень рано примитив интеграла как бесконечная сумма общего вида. Именно у него получается развитие точка зрения анализа бесконечно малых на конечную величину как сумму бесконечно большого числа бесконечно малых. Под лейбницевоe *оппе* подводятся все суммы, рассматриваемые Кавальери, причем суммы эти рассматриваются не только в их отношениях, как у Кавальери, но и сами по себе в отдельности. *Оппе* сперва остается еще суммой линий, как у Кавальери, 1 здесь еще *lineae* Кавальери 2, а не бесконечно малые входящие или выходящие прямоугольники.

В противоположность Ньютону у Лейбница криволинейная трапеция не описывается во времени движением, а состоит из отрезков, которые мыслятся как бесконечно малые элементы, на которые она разлагается.

Данный фрагмент показывает, что различия формализмов у Ньютона и Эйлера не являются, например, случайными искажениями понятийного аппарата, или «трудностями перевода», а определяются принципиально разным подходом к фундаментальным математическим понятиям, тесно связанным с основными концепциями механики. Но, возможно, и наоборот, различные подходы к описанию движения привели к развитию отличных концепций в его математических моделях.

С различиями формализмов связано и различие в представлениях о состоянии покоя у Ньютона и Эйлера. Если Ньютон рассматривает революционную для своего времени дихотомию движения: «равномерное – неравномерное движение», при этом покой – это движение с нулевой скоростью, то Эйлер выделяет покой как особую форму движения, в некотором смысле откатываясь в своем понимании в докоперниканскую эпоху.

В настоящее время в учебниках и литературе наиболее распространены определения Эйлера, которые как раз и порождают парадоксы при сопоставлении классической механики и теории относительности. Но при следовании формализму Ньютона, по видимому большинство этих «парадоксов» исчезают.

Литература

1. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии / Пер. и прим. А.Н. Крылова. — М.: Наука, 1989. — 688 с.
2. *Эйлер Л.* Основы динамики точки. — М.–Л.: ОНТИ, 1938. — 499 с.
3. *Ньютон И.* Математические работы. — М.–Л.: ОНТИ, 1937. — 452 с.

UDC 530.01, 51(091), 001.5

Different formalism of classical mechanics

S. N. Kolesnikov*

** Faculty of Mechanics and Mathematics,
Lomonosov Moscow State University,
Leninskie Gory 1, Moscow, 119991, Russia,
e-mail: wiseacre@inbox.ru*

One of the most important results of the scientific revolution was the creation classical mechanics in 16-17 centuries. Since then, its usually called “classical mechanics of Newton”. However, if this is true? It turns out - no! What we are now usually mean by classical mechanics - it is mechanics of Euler! And these two formalism - Newton and Euler, fundamentally different.

Keywords: classical mechanics, formalism, Euler, Newton, analytical mechanics, instantaneous velocity.