УДК 51.09

Геометризация учений о месте и континууме в средневековой арабской схоластике

И. О. Лютер[*]

[*] *Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН, ул. Балтийская, д.14, Москва, Россия, 125315*

Аннотация. Математические понятия и методы играли важную роль в развитии средневековой схоластической науки, в том числе и натурфилософии. Это в полной мере относится к концепции наложения, хоть и истолкованной по-разному, но приведшей к геометризации учения о месте и, что особенно важно, учения о континууме. В работе рассматриваются проблемы наложения как математических, так и физических объектов, введенные в учение о месте ал-Хайсамом, Ибн Баджжи и Ибн Рушдом, повлиявшие на решение проблемы строения континуума.

Ключевые слова: геометризация, континуум, средневековая арабская схоластика, натурфилософия.

1. Основная часть

В античности метод наложения был по существу основным методом, применявшимся для сравнения и измерения различных объектов (и геометрических и физических). Аристотель описывает процесс измерения следующим образом: «...кто-то измеряет нас, и мы узнаем свой рост благодаря тому, что столько-то раз прикладывают к нам меру длины...» («Метафизика», 1053а34–36). В геометрии, не только античной, но и средневековой, метод наложения считался важнейшим критерием «равенства и подобия» (конгруэнтности) геометрических величин, основанием чему послужила аксиома конгруэнтности Евклида: совмещающиеся друг с другом равны между собой. Однако из такой формулировки не следует ни сам механизм наложения, ни последующая оценка совмещения, на что обратили внимание средневековые арабские математики.

Некоторое усовершенствование этой аксиомы характерно для арабских редакций «Начал» Евклида. Так, Ибн Сина (Авиценна, 980–1037) в геометрической части энциклопедической «Книги исцеления» – кратком изложении «Начал» Евклида – приводит свою версию аксиомы конгруэнтности, в которой говорит о совмещении без избытка. Еще более уточненный вариант представил в своей редакции «Начал» псевдо-Туси (составлена в 1298 г.), в котором утверждает, что совмещение, сопровождающее наложение двух равных вещей, объединяет их края. Спецификация метода наложения встречается и в различных геометрических трактатах средневековых арабских ученых, в которых этот метод используется для доказательства конгруэнтности. При этом конкретизируется движение, с помощью которого осуществляется наложение (например, равномерное прямолинейное – параллельный перенос – у Ибн Корры и Ибн ал-Хайсама), а также обсуждается условие однородности налагаемых друг на друга объектов (в сочинениях ат-Туси и аш-Ширази).

Необходимость уточнения концепции наложения была обусловлена не только «неполнотой» аксиомы конгруэнтности Евклида, но и пересмотром некоторых основных понятий натурфилософии Аристотеля, таких как место и непрерывное. Место, по Аристотелю, – это «граница объемлющего тела, поскольку оно соприкасается с объемлемым» («Физика», 212а6). Пояснение «поскольку оно соприкасается с объемлемым» – на самом деле добавление из комментариев Симпликия и Фемистия, поэтому, возможно, соприкасание объемлющего и объемлемого Аристотелем не обсуждается.

Иоанн Филопон (V–VI вв.), отрицая в своем комментарии к «Физике» Аристотеля такое определение, определил место как трехмерную нетелесную протяженность, потенциально существующую независимо от тела, пустую по своей сути, но всегда его содержащую (ввиду невозможности актуального существования вакуума). Нетелесность места он обосновал необходимостью совмещения тела и места, что невозможно, если место телесно, поскольку совмещение двух трехмерных телесных протяженностей невозможно [1].

Комментарий Филопона был переведен на арабский язык и широко изучался средневековыми арабскими учеными. Его концепция места была позаимствована Ибн ал-Хайсамом (965–1040), представившим в трактате «О месте» свою попытку геометризации учения о месте, включающую и рассмотрение механизма совмещения. Место ал-Хайсама – это воображаемая, заполненная телом пустота, состоящая из воображаемых расстояний, равных расстояниям тела, если их вообразить лишенными материи. При этом «если на каждое воображаемое расстояние накладывать воображаемое расстояние, то вместе они будут одним единственным расстоянием, поскольку воображаемое расстояние есть не что иное, как прямая, которая есть длина без ширины», а «если на прямую, которая есть длина без ширины, накладывать [другую] прямую, которая есть длина без ширины, то вместе они становятся одной единственной прямой, ибо их наложение не приводит ни к какому-либо изменению ширины, ни к длине, превосходящей длину одной из них... воображаемая пустота, заполненная телом, – [это совокупность] воображаемых расстояний, на которые накладываются расстояния тела, которые становятся одними и теми же расстояниями» [2]. Таким образом, совмещение воображаемых расстояний физического тела и его места аналогично совмещению математических линий и не приводит к изменению размера, то есть физическое наложение и математическое у ал-Хайсама тождественны.

Это так называемое «совершенное наложение» ал-Хайсама, лежащее в основании его понятия места, было подвергнуто критике в трактате ʻАбд ал-Латифа ал-Багдади (1162–1231) «Опровержение [рассуждения] о месте Ибн ал-Хайсама», в связи с возникающим в этом случае вопросом о том, каким образом возможно наложение актуально существующих расстояний тела на воображаемые существующие потенциально расстояния его места. В отличие от ал-Хайсама, Ибн Баджжа (Авемпас, 1080–1138) и Ибн Рушд (Аверроэс, 1126–1198), взгляды которых в основном соответствуют учению Аристотеля о месте, в своих комментариях к «Физике» Аристотеля подвергли критике концепцию места Филопона.

Ибн Баджжа опровергает определение места Филопона как пространственной нетелесной протяженности, исходя из того, что любая трехмерная протяженность есть тело, а абстрагирование от тела, в результате которого от этого тела остаются только его протяженности по трем направлениям, а оно само становится нетелесной протяженностью, невозможно. Обращаясь к наложению геометрических объектов, он заключает, что и физические тела совмещаются только тогда, когда есть измерение, в котором они непротяженны [3, с.295–296].

Учение о месте Ибн Рушда в основном согласуется с учением Ибн Баджжи. В частности, Ибн Рушд почти дословно воспроизводит, хотя и без ссылки на автора, вышеприведенные аргументы Ибн Баджжи.

Проблемы совмещения (наложения) и касания математических и физических объектов, введенные в учение о месте в комментариях Филопона, Ибн Баджжи и Ибн Рушда, вместе с этой теорией перешли в ту часть комментариев, в которой обсуждается проблема строения континуума и вводится определение непрерывного. Придерживаясь континуалистской точки зрения Аристотеля, они подвергли критике атомистическую концепцию составления континуума из неделимых. В этом отношении выделяется комментарий Ибн Рушда, в котором понятие наложения становится центральным при определении непрерывности и касания объектов.

Аристотель определяет «непрерывное» как «само по себе нечто смежное», при этом, «граница, по которой соприкасаются оба следующих друг за другом предмета, становится для обоих одной и той же», и заключает, что «непрерывность имеется в таких вещах, из которых путем касания может получиться нечто единое» («Физика», 227a10–16). Касаются же у него те предметы, края которых находятся вместе (там же, 226b24–227a1, 227a22), а смежные те, которые касаются друг друга (там же, 227a9).

Ибн Рушд, исходя из определения непрерывного Аристотеля, начинает с рассмотрения касания, в связи с чем конкретизирует выражение «вместе по месту»: «…два тела вместе, если у них одно и то же место, т.е. ограничивающая их объемлющая поверхность тела, и если нет ничего от объемлющего тела между ними. Это означает, что края этих тел вместе и приложены друг к другу. Это также означает, что эти тела касаются…» [3, с.437–438]. Такую «совместность» границ Ибн Рушд усматривает только в случае касания или смежности физических объектов. Что же касается математической смежности, то, по его мнению, края или границы математических смежных находятся не вместе, а налагаются друг на друга, совмещаясь без избытка и становясь единым. Таким образом, математическая смежность (или касание) Ибн Рушда равносильна непрерывности по Аристотелю. В этом и состоит отличие геометрического касания (или смежности) от физического: касающиеся концы физических вещей, будучи «вместе», остаются различными [4]. Введя в рассмотрение геометрическое наложение, Ибн Рушд тем самым разграничил условия, определяющие математическую непрерывность, от тех, что определяют физические непрерывные. Геометрическое наложение Ибн Рушда как совмещение, унифицирующее совмещающиеся, отличается и от наложения Евклида. Наложение (совмещение) двух величин в «Началах» не подразумевает их тождественность (два треугольника, совмещаясь, остаются двумя различными треугольниками).

Наложение, подразумевающее тождественность совмещенного, Ибн Рушд применил в построении многих схоластических аргументов о непрерывности. Центральный аргумент Аристотеля о невозможности составлять непрерывное из неделимых с введением такого наложения приобрел следующий геометризированный вид: протяженная величина не может слагаться из неделимых, поскольку касание целиком есть наложение, а наложение не приводит к увеличению в размере: наложение, например, линии на линию не приводит к увеличению ширины, аналогично в случаях наложения плоскостей или точек [4].

Начавшаяся в XII в. трансмиссия на латинский Запад корпуса Аристотеля, в том числе и арабского, включающего комментарии Ибн Рушда, а также заметное увеличение числа сторонников учения о неделимых в конце XIII в., противостоящих традиционному аристотелевскому положению semper divisibilia, послужили поводом для широкого обсуждения проблемы строения континуума в сочинениях средневековых западноевропейских ученых. Роджер Бэкон (1214/1220–1292) в фундаментальном «Opus Majus» подверг критике дифференциацию математического и физического касания Ибн Рушда. Еще большей геометризации учение о непрерывном подверглось в сочинении Томаса Брадвардина (ок.1290–1349) «De continio». Брадвардин неоднократно ссылается на Ибн Рушда, а введение Брадвардином в учение о непрерывном понятий наложения и приложения свидетельствуют о влиянии соответственной методологии Ибн Рушда. (Обо всем этом подробно см.: [5]).

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-03-00120 а).

Литература

1. *Philoponus.* Corollaries on place and void / Trans. by *D.Furley* and *C.Wildberg.* — London, 1991. — P. 15–48.
2. *Al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haytham.* Sur le lieu. / Com., texte et trad. par *R.Rashed* // Les mathématiques infinitésimales du IX^{e} au XI^{e} siecle. Vol. IV: *Rashed R.* Ibn al-Haytham, Méthodes géométriques, transformations ponctuelles et philosophie des mathématiques. London: Al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 1422/2002. — P. 674—676.
3. *Lettinck P.* Aristotle's Physics and its reception in the Arabic world // Aristoteles Semitico-Latinus / Ed. *H.Daiber, R.Kruk.* Leiden, New York, Koln: E.J.Brill. 1994. — Vol. 7. — P. 295—296.
4. Aristotelis opera cum Averrois commentaries. 9 vols. Venetiis: apud Iuntas, 1562–1574. Vol. IV (1574). Reprinted in facsimile. — Frankfurt: Minerva, 1962.
5. *Лютер И.О.* От квадратуры круга к введению движения в геометрию (в контексте сочинений аш-Ширази и Альфонсо из Вальядолида) // Историко-математические исследования. М.: Янус-К, 2007. — Вып. 12/47. — С. 237–274.

UDC 51.09

Geometrization of the doctrines of place and continuum in medieval Arabic scholasticism.

I.O. Lyuter*

* *IHST RAS,*
Baltiyskaya str. 14, Moscow, 125315, Russia

Mathematical concepts and methods played an important role in the development of medieval scholastic science, including natural philosophy. This fully applies to the conception of superposition. Interpreted differently, it has led to the geometrisation of the doctrine of place and, most importantly, the doctrine of continuum. The paper deals with the problems of superposition of both mathematical and physical objects introduced in the doctrine of place by al-Haytham, Ibn Bajja and Ibn Rushd, some of which have influenced the solution of the problem of the structure of the continuum.

Keywords: geometrization, medieval Arabic scholasticism, natural philosophy.