

УДК 519.248+519.873

## Специальный курс «Основы математической теории надежности» в техническом университете

А. В. Калинин\*, И. В. Павлов\*, Н. И. Сидняев\*

*\* Кафедра высшей математики,  
Московский государственный технический университет  
им. Н.Э. Баумана,  
2-я Бауманская ул., д.5, Москва, Россия, 105005*

**Аннотация.** В докладе приводятся и обсуждаются типовые задачи по математической теории надежности для студентов старших курсов технического университета.

**Ключевые слова:** надежность, преподавание, типовые задачи.

### 1. Содержание курса

В Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана для студентов машиностроительных специальностей факультетов «Робототехника и комплексная автоматизация», «Специальное машиностроение», «Машиностроительные технологии» читается обязательный семестровый курс «Основы математической теории надежности». Эта дисциплина дополняет общетехнический курс «Надежность и долговечность машин и механизмов».

Содержание курса определено монографиями [1, 4, 5]. Обязательный семестровый курс соответствует программам магистерской подготовки и является продолжением стандартного курса теории вероятностей. Для студентов специальности «Прикладная математика» факультета «Фундаментальные науки» читается расширенный курс теории надежности [6], требующий большей подготовки по базовым математическим дисциплинам.

Программа специального курса включает следующие разделы: показатели надежности элемента; расчет надежности невосстанавливаемых систем; расчет надежности восстанавливаемых систем; статистическое оценивание показателей надежности. Эти темы отражены в учебном издании [7]; каждый раздел методички [7] состоит из кратких теоретических сведений и решений примеров.

### 2. Типовой расчет

Для освоения специального курса студентами выполняется типовой расчет [7] по решению задач по математической теории надежности. Приведем условия пяти задач типового расчета; каждая задача содержит 30 вариантов и значения параметров в задаче зависят от номера варианта.

В первой задаче для отдельного элемента время работы до отказа подчинено вероятностному закону распределения  $F(t)$  с известными параметрами. Вычислить вероятность безотказной работы  $P(t)$ , интенсивность отказа  $\lambda(t)$  при значениях времени  $t_1, \dots, t_n$  и построить графики показателей надежности от  $t$ ; найти среднюю наработку на отказ.

Во второй задаче дан вид структурной схемы надежности системы из  $n$  элементов  $A_1, \dots, A_n$ . Вероятности безотказной работы элементов  $A_1, \dots, A_{n-1}$  подчинены экспоненциальному закону с параметрами  $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ . Для  $A_n$  вероятность безотказной работы элемента подчинена другому вероятностному закону с известными параметрами. Требуется вычислить надежность (вероятность безотказной работы) системы  $P = P(t)$  при заданном времени  $t$ .

В третьей задаче рассматривается восстанавливаемая система из  $n$  элементов, соединенных последовательно или параллельно, и работающих независимо друг от друга. Задана интенсивность отказа для каждого элемента  $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ . Число ремонтных органов  $r$ , работающих независимо друг от друга, и интенсивность восстановления  $j$ -м ремонтным органом  $\mu_j = \mu, j = 1, \dots, r$ . Для работоспособности системы необходимо не менее  $m$  исправных элементов. В зависимости от варианта предполагается: из  $n$  элементов  $n - 1$  имеют одинаковую интенсивность отказов  $\lambda$ , а указанный один элемент имеет интенсивность отказа  $\lambda'$  ( $\lambda' \neq \lambda$ ); или при появлении отказавших элементов интенсивность отказов оставшихся элементов увеличивается по заданному правилу.

Составить граф состояний и переходов системы и выписать прямую систему дифференциальных уравнений Колмогорова для переходных вероятностей. Выписать систему уравнений для стационарных вероятностей и решив ее, найти алгебраические выражения для стационарных вероятностей. Затем при данных числовых значениях  $\lambda, \mu, \lambda'$  вычислить значение коэффициента готовности  $K_T$  системы в стационарном режиме работы.

В четвертой задаче в зависимости от варианта предполагается, что условие работоспособности изделия (на некоторый момент времени) имеет вид  $a < \xi$  или  $\xi < b$ , где  $\xi$  — определяющий параметр изделия, распределенный по нормальному закону с неизвестными параметрами  $m$  и  $\sigma$ . Дана числовая выборка результатов измерений при испытании  $n$  образцов изделия; для вероятности безотказной работы изделия  $P = P(t)$  требуется найти точечную оценку  $\hat{P}$  и нижнюю доверительную границу  $\underline{P}_\gamma$  при заданной доверительной вероятности  $\gamma$ .

В пятой задаче предполагается, что наработка изделия до отказа  $\xi$  подчиняется экспоненциальному закону распределения с неизвестным параметром  $\lambda$ . Испытания проведены по плану  $[n, B, T]$  (цензурирование по времени) или по плану  $[n, B, r]$  (цензурирование по числу отказов) и приведена числовая выборка результатов измерений при испытании  $n$  образцов изделия. Для вероятности безотказной работы

изделия  $P = P(t)$  требуется найти точечную оценку  $\hat{P}$  и нижнюю доверительную границу  $\underline{P}_\gamma$  при заданной доверительной вероятности  $\gamma$  (оценки найти на заданный момент времени  $t$ ).

Процесс решения задач содержит как аналитические вычисления, так и возможно применение компьютерных технологий с использованием программных пакетов Matlab, Maple, Mathematica с визуализацией данных. Решение каждой задачи доводится до чисел.

Пять изложенных примеров хорошо известны и подробно рассматриваются в классических курсах по теории надёжности (см. также книги [2, 3]).

Факультативно, для третьей задачи, предлагается смоделировать на ЭВМ марковский процесс рождения и гибели [8] и статистическими испытаниями приближенно определить значение  $K_T$  в нестационарном и стационарном режимах работы системы с восстановлением элементов.

## Литература

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надёжности: основные характеристики надёжности и их статистический анализ. 2-е изд., испр. и доп. — М.: Либроком, 2013. — 584 с.
2. Barlow, R.E., Proschan, F. Mathematical Theory of Reliability. — London: John Wiley, 1965. — 255 p. Русский перевод: Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надёжности. М.: Советское радио, 1969. — 488 с.
3. Barlow, R.E., Proschan, F. Statistical Theory of Reliability and Life Testing Probability Models. — New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975. — 290 p. Русский перевод: Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надёжности и испытания на безотказность. М.: Наука, 1984. — 328 с.
4. Gnedenko B.V., Pavlov I.V., Ushakov I.A. Statistical Reliability Engineering. — New York: John Wiley, 2006. — 517 p.
5. Капитанов В.А., Медведев А.И. Теория надёжности сложных систем. 2-е изд., перераб. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 608 с.
6. Садылов Г.С., Савченко В.П., Сидняев Н.И. Модели и методы оценки остаточного ресурса изделий радиоэлектроники. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. — 382 с.
7. Калинин А.В., Павлов И.В. Основы математической теории надёжности: методические указания к выполнению типового расчёта. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 56 с. <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/109/book1600.html>
8. Калинин А.В. Статистическое моделирование дискретных марковских систем с взаимодействием: методические указания к выполнению типового расчёта. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 44 с. <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/109/book1630.html>

UDC 519.248+519.873

**Special course «Fundamentals  
of the mathematical theory of reliability»  
in the technical university**

**A. V. Kalinkin\*, I. V. Pavlov\*, N. I. Sidnyaev\***

*\* Department of Higher Mathematics,  
Bauman Moscow State Technical University,  
2-nd Baumanskaya str., 5, Moscow, 105005, Russia*

The report presents and discusses standard problems in the mathematical theory of reliability for senior students of a technical university.

**Keywords:** reliability, teaching, standard problems.